

DOI: 10.7652/xjtuxb201809006

材料构型力驱动的复合型疲劳裂纹扩展行为研究

武志宏^{1,2}, 王芳文^{1,2}, 刘冉^{1,2}, 李群^{1,2}

(1. 西安交通大学机械结构强度与振动国家重点实验室, 710049, 西安;

2. 西安交通大学航天航空学院, 710049, 西安)

摘要: 基于材料构型力断裂准则,提出了一种描述复合型疲劳裂纹扩展规律的新模型,该模型不仅能够预测复合型裂纹的扩展路径,而且可以计算裂纹扩展寿命。以该模型为基础,对疲劳问题中的复合型裂纹扩展失效问题进行了研究。首先,根据材料构型力理论,建立了复合型疲劳裂纹扩展模型,开发了构型力的有限元计算程序,实现了疲劳裂纹扩展的数值计算;其次,采用构型力驱动准则,对Ⅰ型和Ⅰ-II复合型疲劳裂纹进行了数值分析,计算了裂纹扩展路径以及扩展寿命,数值分析结果与试验结果基本一致,从而验证了该方法的有效性。最后,针对工程实际中可能出现的复杂疲劳裂纹扩展问题,具体研究了边界裂纹与圆孔缺陷干涉作用下的金属板疲劳问题,结果表明:斜裂纹角度以及孔洞与裂纹的相对位置均会影响扩展路径以及疲劳寿命;对于不含圆孔的斜裂纹问题,裂纹角度越大,寿命就越长,而对于含圆孔的边界裂纹问题,由于孔洞的存在导致了裂纹朝孔洞方向偏转和裂纹扩展速率减小,并可能发生止裂现象。

关键词: 疲劳断裂;材料构型力;复合型裂纹;数值计算

中图分类号: TH111 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2018)09-0045-09

Investigation on Mixed-Mode Fatigue Crack Growth Driven by Configurational Force

WU Zhihong^{1,2}, WANG Fangwen^{1,2}, LIU Ran^{1,2}, LI Qun^{1,2}

(1. State Key Laboratory for Strength and Vibration of Mechanical Structures, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. School of Aerospace, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: An innovative fatigue model is proposed by following the fracture criterion associated with the material configurational force, which is applicable for estimating the more general mixed-mode crack problems under cyclic loading, corresponding the mixed-mode crack deflection angle. Moreover, the proposed model can predict the fatigue residual lifetime. The mixed-mode fatigue crack propagation model is constructed following the theory of material configuration mechanics, and a finite element program of the theoretical fatigue model for fatigue crack propagation simulation is developed. The configurational force criterion is adopted to numerically analyze both the pure mode I and I-II mixed-mode crack propagation, and the lifetime and propagation paths are predicted. The numerical results coincide well with the experimental ones. To research the general mixed-mode fatigue crack propagation in actual engineering structures, the fatigue behavior of metal plate with an edge crack or a circular hole is considered as an example. It is

收稿日期: 2017-12-25。 作者简介: 武志宏(1991—),男,硕士生;李群(通信作者),男,教授,博士生导师。 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11472205,11772245)。

网络出版时间: 2018-06-14

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20180614.1446.008.html>

found that the inclined crack angle and the relative position of circular holes with respect to the major crack have significant influences on the crack deflection and residual fatigue lifetime. For the plane metal plate with inclined edge crack, larger inclination angle leads to a longer residual lifetime. Besides, due to the interaction between the hole and crack, the crack propagates towards the hole. Particularly, there exist a certain distance between the hole and crack, at which the propagation rate reduces and the crack may be inhibited.

Keywords: fatigue fracture; material configurational force; mixed-mode crack; numerical analysis

在材料的实际使用过程中,大部分零部件承受的载荷是周期性变化的,而这些零部件大部分又是由于疲劳问题而失效的^[1]。疲劳断裂是指裂纹在周期性扰动载荷的作用下萌生并扩展而导致的零部件破坏现象,普遍存在于机械、航空航天、海洋平台以及交通运输等领域中。因此,研究材料的疲劳失效问题具有重要的理论价值和工程意义^[1-7]。目前,对于 I 型疲劳裂纹在弹性应力下的扩展问题已经研究得相对比较成熟,形成了以 Paris 公式为代表的经验公式,建立起了应力强度因子和疲劳裂纹扩展速率之间的关系^[2],并且得到了广泛的应用。但是在实际工程中,由于载荷不对称或材料各向异性等原因,结构中的裂纹通常处在组合应力场的作用下,裂尖附近的应力场表现出复合型场的特点。因此,复合型裂纹大量存在,其中又以 I-II 复合型裂纹最常见。

对于复合型疲劳裂纹扩展的研究,国内外学者主要通过断裂力学理论来解释和描述其规律^[8-16]。Tanaka 等采用有效应力强度因子 ΔK_{eff} 代替 Paris 公式中的应力强度因子,对 Paris 公式进行了修正^[8];Hussain 等将 Griffith 裂纹理论用于 I 型疲劳裂纹的能量平衡原理并推广到复合型疲劳裂纹扩展的研究中,提出了最大能量释放率准则^[10];Erdogan 和 Sih 提出了最大切向应力准则,并将其成功应用于复合型加载条件下斜裂纹问题的研究^[11];Sih 等基于裂尖区域的应变能密度场,提出了应变能密度因子 S 的概念,并提出了最小应变能密度因子准则^[12]。基于上述理论,目前一些主流的疲劳分析软件(如 FE-safe、Ncode、FRANC3D)在处理裂纹扩展问题时,都是基于 Paris 等线弹性断裂力学理论。在对裂纹方向进行判定时,也是依据最大切向应力、最小应变能密度及最大能量释放率等参数。

在这些判定准则中,有效应力强度因子 ΔK_{eff} 仅可以用来预测裂纹萌生或者起裂,但无法预测扩展方向。最大切向应力准则和最小应变能密度因子准则在预测裂纹扩展时,涉及最大切向应力和最小应变能密度,这两个参数在计算时需要选取一个标定

距离,称为临界距离或特征长度^[11-12],标定距离是决定最大切向应力准则以及最小应变能密度因子准则预测结果可靠性的重要因素。为此,在过去几十年中,研究人员试图提出各种模型来计算不同的脆性和准脆性材料的临界距离^[17-19]。此外,应力强度因子、能量释放率更多地用于线弹性材料和小变形问题,在弹塑性、界面以及多场耦合等复杂或者多裂纹干涉问题中不易应用。

另一方面,材料构型力断裂准则能够准确地描述复合型裂纹扩展,不仅可以判断裂纹起裂条件,还可以预测裂纹扩展方向,并且在计算过程中不会受到标定距离的影响,也不需要考虑裂尖的奇异性。材料构型力是基于能量法提出的,可以反映疲劳破坏机理上的变化,并且能处理弹塑性、界面以及多场耦合等复杂问题。近年来,许多学者围绕材料构型力断裂准则做了大量工作^[20-25],取得了诸多进展。Guo 和 Li 采用材料构型力断裂准则对复合型裂纹扩展做了数值模拟研究,结果显示,构型力失效准则能够很好地预测各种形式的复合型裂纹扩展路径^[21];古斌等利用构型力断裂准则对裂纹和夹杂(圆孔、软夹杂、硬夹杂)干涉问题进行了有限元分析,发现裂纹的扩展方向与裂纹和夹杂的相对位置以及夹杂的类型密切相关^[22];Wang 等利用构型力的 M 积分作为疲劳损伤的驱动力,研究了两个孔洞在循环拉伸载荷下的疲劳裂纹扩展特性,发现裂纹与孔洞汇合时 M 值存在明显的跳跃特性^[23]。因此,材料构型力学能够准确地描述复杂裂纹的演化形式,对研究复合型疲劳裂纹扩展问题具有重要意义。

本文以材料构型力断裂准则为基础,提出了一种用于预测复合型疲劳裂纹扩展的模型,该模型不仅适用于纯 I 型疲劳裂纹扩展,也适用于复合型疲劳裂纹扩展;通过有限元数值计算方法实现了疲劳裂纹扩展过程,并结合试验验证了该模型的有效性和可靠性;通过两个典型的复合型疲劳问题,预测了裂纹扩展路径和扩展寿命,以期在实际工程中材料的疲劳失效评估提供新的思路。

1 复合型疲劳裂纹扩展模型

1.1 材料构型力的定义

构型力理论的基础可追溯到 Eshelby 定义的能量动量张量概念^[20]。经典力学建立在欧拉物理空间,力的概念直接与质量相关,涉及带有质量的物体的平衡和运动;构型力则是定义在奇点上,和给定系统的总能量的改变有关,而总能量的改变又是由该系统构型的改变引起的(即缺陷演化)。

Eshelby 构型应力张量可以通过拉格朗日密度函数 Λ 在材料空间(初始构型)的梯度运算得到,即

$$\nabla(\Lambda) = - (W)_{,i} = - \left(\frac{\partial W}{\partial x_i} \right)_{\text{expl}} - \sigma_{kj} u_{k,ji} \quad (1)$$

式中: W 表示应变能密度; $-(W)_{,i}$ 表示应变能密度 W 对 x_i 方向的偏导; $(\partial W / \partial x_i)_{\text{expl}}$ 表示应变能密度对坐标 x_i 的显式偏导; σ_{kj} 表示应力张量; $u_{k,ji}$ 表示位移 u_k 对坐标 x_j 和 x_i 两次求导。

Eshelby 构型应力 b_{ji} 定义为

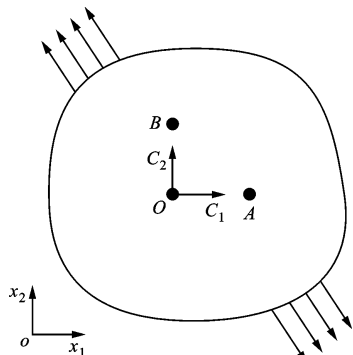
$$b_{ji} = W \delta_{ji} - \sigma_{jk} u_{k,i} \quad (2)$$

式中: δ_{ji} 表示 Kronecker 张量,当 $i=j$ 时, $\delta_{ji}=1$, $i \neq j$ 时, $\delta_{ji}=0$; $u_{k,i}$ 表示位移 u_k 对坐标 x_i 的求导。

同时,定义构型力所表征的材料缺陷源即材料构型力(后文简称构型力)为

$$C_i = - \left(\frac{\partial W}{\partial x_i} \right)_{\text{expl}} \quad (3)$$

式中: C_i 表示应变能密度 W 沿着 x_i 方向的显式偏导。构型力是材料损伤演化的驱动力,可以作为裂纹扩展的驱动力,它表征了奇点沿 x_i 方向平移时的能量释放率,见图 1。



O: 物理奇点; A: 奇点 O 沿 x_1 方向平移后的位置;

B: 奇点 O 沿 x_2 方向平移后的位置

图 1 材料缺陷构型力

根据方程(1), Eshelby 构型应力和构型力之间满足平衡方程

$$b_{ji,j} + C_i = 0 \quad (4)$$

1.2 材料构型力的复合型疲劳裂纹扩展模型

1.2.1 疲劳裂纹扩展模型 在实际工程中,由于载荷的不对称分布以及材料的各向异性等原因,结构中的裂纹通常处在组合应力场的作用下,使得裂尖附近的应力场呈现出复合型的特点,复合型裂纹的扩展路径会偏离初始裂纹的方向。对于复合型裂纹扩展的研究,无法直接应用已有的 Paris 公式,需要建立能准确表征复合型裂纹扩展规律的模型,而以构型力理论为基础的断裂准则满足了这一要求。本文基于构型力的疲劳裂纹扩展准则如图 2 所示,其中, x 和 y 方向分别对应图 1 中的 x_1 和 x_2 方向。

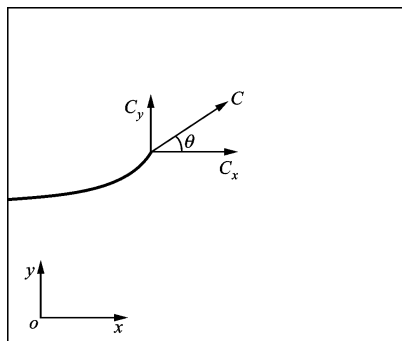


图 2 疲劳裂纹扩展准则

构型力疲劳裂纹扩展准则的基本假设如下。

(1) 疲劳裂纹起裂的判定。当构型力大于临界构型力时,疲劳裂纹开始扩展,即

$$C = \sqrt{C_x^2 + C_y^2} \geq C_{th} \quad (5)$$

式中: C 为构型合力; C_{th} 为临界构型力,是材料常数,与裂纹尺寸和载荷条件无关。

(2) 疲劳裂纹扩展方向的判定。裂纹扩展发生在初始裂尖并沿着构型合力的方向,偏转角为

$$\theta = \arctan \frac{C_y}{C_x} \quad (6)$$

(3) 疲劳寿命的预测。本文采用构型力作为疲劳裂纹扩展的控制参量,提出构型力复合型疲劳裂纹扩展模型

$$\frac{da}{dN} = B(\Delta C)^P \quad (7)$$

式中: a 为裂纹长度; N 为疲劳载荷循环次数; B 和 P 为材料常数,与载荷条件和裂纹尺寸无关; ΔC 为构型力因子幅。需要注意的是,该模型只适用于疲劳裂纹扩展的 II 阶段,即稳定阶段。

整个疲劳裂纹扩展过程见图 3。基于构型力的复合型疲劳裂纹扩展模型用构型力因子幅作为裂纹扩展的控制因素,不仅能在机理上真实反映复合型疲劳裂纹扩展的规律,还能准确预测裂纹扩展的方

向,预防材料失效,避免事故发生。

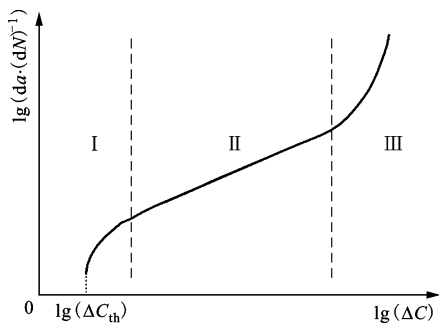


图3 疲劳裂纹扩展曲线

1.2.2 构型力模型和 Paris 模型的比较 对于疲劳裂纹扩展问题的研究,主要还是围绕线弹性断裂力学理论。1963年,Paris等学者建立了疲劳裂纹扩展速率 da/dN 和应力强度因子幅 ΔK 之间的关系,奠定了疲劳断裂力学的理论基础^[2]。对于线弹性材料问题,应力强度因子 K 与构型力分量 C_x 具有内在联系,其关系式为

$$C_x = \frac{K_I^2 + K_{II}^2}{E} + \frac{1+\nu}{E} K_{III}^2 \quad (8)$$

式中: K_I 为 I 型裂纹的应力强度因子; K_{II} 为 II 型裂纹的应力强度因子; K_{III} 为 III 型裂纹的应力强度因子; E 为弹性模量; ν 为泊松比。

但是需要指出的是,此关联性仅适用于线弹性材料。对于其他问题,例如弹塑性、界面以及多场耦合等问题,应力强度因子 K 无法预测疲劳裂纹扩展,具有诸多局限性。本文提出的疲劳扩展准则,不仅考虑了 C_x 的贡献,更重要的是也考虑了 C_y 的贡献。

构型力疲劳裂纹扩展模型的优势主要有:①无需定义裂尖的断裂进行区;②可以同时判断起裂条件和预测裂纹扩展方向;③不仅适用于线弹性材料,也适用于弹塑性、界面耦合及多裂纹等复杂问题,特别是对于预测复合型裂纹以及缺陷干涉对于裂纹扩展方向的改变规律,具有一定优势。

1.2.3 临界构型力的测量 在疲劳裂纹扩展的过程中,临界构型力 C_{th} 是判断裂纹是否起裂的重要材料参数,且与外界载荷及构件尺寸无关,主要通过试验手段测量获得^[26-27],而临界构型力 C_{th} 的值可定义为材料失效时刻的构型力。

从式(2)和式(3)可以看出,在测量构型力的试验中,关键是要获得平面内用于计算 Eshelby 构型应力的相关分量,例如应变能密度、应力以及位移梯度等。测试件变形的位移通过数字图像相关技术获取;在试验过程中,采集测试件的图像,将在未变形状态下采集的图像的作为参考图像,并在图像中生

成许多像素子集,与变形发生后采集的图像进行对比,寻找每个像素子集区块的移动,进而得到测试件在失效时,图像中各个区块的位移,根据位移和应变的关系,即可得到测试件表面各个分量的应变场。通过材料的本构方程、几何方程和平衡方程等,最终计算得到临界构型力 C_{th} 。

2 数值计算方法

目前,对于疲劳裂纹扩展问题的研究主要集中在试验研究和数值计算两个方面^[28-35]。本文采用数值计算方法,根据构型力复合型疲劳裂纹扩展模型并结合构型力有限元计算方法,计算了材料疲劳裂纹的扩展速率、路径以及寿命,其流程图见图4。

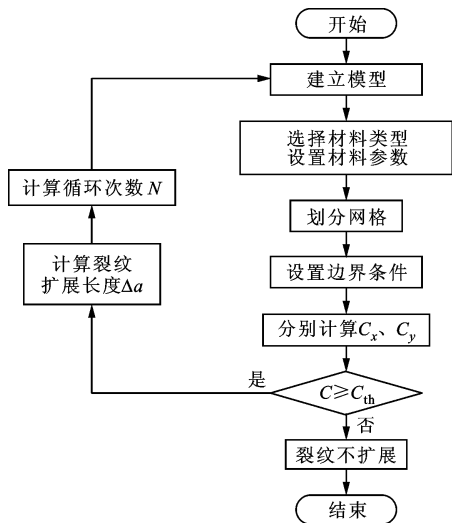


图4 数值计算流程图

首先,根据结构几何尺寸和初始裂纹情况建立模型,设置材料参数,并完成网格划分。然后,对模型施加相应的载荷和边界条件,计算得到 x 、 y 两个方向上的构型力分量 C_x 、 C_y ,并根据两个分量确定构型力合力 C ,比较构型合力 C 与临界构型力 C_{th} ,判断疲劳裂纹是否发生扩展:若 C 大于等于 C_{th} ,则裂纹发生扩展;若 C 小于 C_{th} ,则表示裂纹扩展驱动力不足以克服裂纹扩展阻力,裂纹不发生扩展,跳出循环。若裂纹发生扩展,扩展方向 θ 依据公式(6)得出,并假定裂纹向前扩展一个步长 Δa ;然后,根据复合型疲劳裂纹扩展模型(7)得到对应的循环次数 N ,完成一次裂纹扩展过程(在选取裂纹扩展步长 Δa 时,应保证整个裂纹扩展过程是稳定的,并且在确保整个裂纹扩展轨迹保持不变的前提下,尽可能地选择较大的扩展步长,减少计算量,并对当前扩展步长 Δa 的收敛性进行验证);最后,根据新裂纹的扩展方向和尺寸,生成新的有限元模型,依次循环,最终

获得裂纹扩展寿命曲线(a - N 曲线)以及扩展路径。

为了提高计算效率,对有限元计算过程做了优化处理:在重新划分网格时,只对裂尖以及附近区域做局部加密的自由网格处理,而对裂纹远端的网格采用固定网格的形式,不参与网格重构。

3 疲劳裂纹扩展数值计算与结果讨论

3.1 试验验证

近期,黄学伟等围绕低周疲劳特性,开展了对复合型疲劳裂纹扩展的研究工作^[13-14]。本文参考文献[13]的基于标准紧凑拉伸(compact tension,CT)试样(I 型)以及改进 CT 试样(复合型)的疲劳裂纹扩展试验,对提出的材料构型力复合型疲劳裂纹扩展模型的可靠性进行了验证。试样材料为 CrNi2MoV 钢,尺寸见图 5, $l_0=40$ mm,厚度 $l_1=5$ mm,初始裂纹长度 $a_0=10$ mm。此外,为研究复合型疲劳裂纹扩展,在标准 CT 试样初始裂纹末端加工一个偏离水平方向($\alpha=60^\circ$)、长度 $a_1=2$ mm 的斜裂纹。施加载荷 $F_{\max}=4$ kN,应力比 $R=0.1$ 。

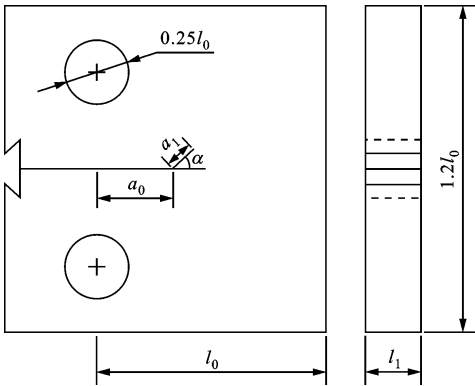


图 5 CT 试样尺寸示意图

通过试验,文献[13]计算得到 Paris 公式参数 C 和 m 分别为 1.11×10^{-8} 和 2.71。对于线弹性材料中含有 I 型裂纹的情况,构型力 C_x 等效于能量释放率。通过构型力与应力强度因子之间的关系,结合公式(7),可得构型力复合型疲劳裂纹模型中的常数项,分别为: $B=0.186\ 5$, $p=1.355$ 。因此,构型力复合型疲劳裂纹扩展模型为

$$\frac{da}{dN} = 0.186\ 5(\Delta C)^{1.355}$$

(9)

将该模型与文献[13]的试验结果进行对比,结果如下。

(1)直裂纹(I 型)疲劳扩展结果。有限元计算过程采用线弹性材料本构,弹性模量 $E=215$ GPa,泊松比 $\nu=0.3$ 。在计算过程中,施加的载荷 $F_{\max}$ 使

得裂尖的构型合力始终大于临界构型力 C_{th} ,所以,不需要判定临界载荷。计算 I 型疲劳裂纹长度随循环次数的变化情况,即 a - N 曲线,并对比文献[13]的 CT 试样直裂纹疲劳试验结果,结果见图 6。

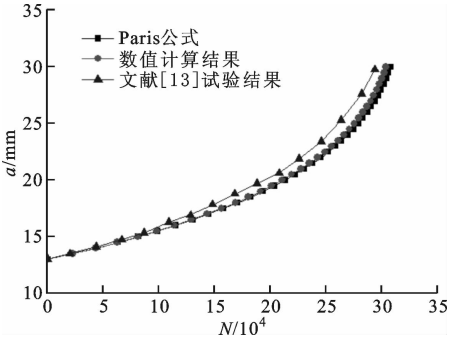
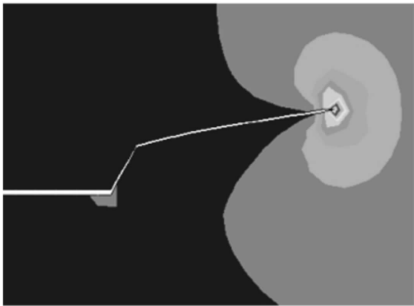


图 6 CT 试样的直裂纹 a - N 曲线

从图 6 中可以看出,3 种情况得到的 a - N 曲线趋势基本一致。对于最终寿命(循环次数)而言,基于构型力因子幅的有限元结果和试验误差只有 3.24%。由此可见,基于构型力的疲劳裂纹扩展模型能够很好的模拟 I 型疲劳裂纹的扩展状况,具有良好的精度。

(2)复合型疲劳裂纹扩展结果。对于复合型疲劳裂纹扩展,文献[13]利用 CT 改进试样对复合型疲劳裂纹进行了试验研究,并定义复合型裂纹长度为裂纹曲线的实际弧长度。本小节将构型力复合型疲劳裂纹扩展模型计算得到的数值结果和文献[13]的试验结果进行对比验证,结果见图 7,可以看出:



(a)数值计算结果



(b)文献[13]试验结果

图 7 CT 试样的复合型疲劳裂纹扩展路径

疲劳裂纹从线切割预制的裂纹根部开始扩展,拐折一定角度后沿着 I 型裂纹方向扩展,数值计算预测的复合型裂纹扩展趋势和试验结果基本一致。

根据式(9)给出的复合型疲劳裂纹扩展规律,合理选择扩展步长 Δa ,采用跳跃计算得到了 $a-N$ 曲线,该曲线与文献[13]试验结果的对比见图 8,可以看出:数值计算和试验结果的误差为 7.29%,且两者裂纹扩展速率趋势基本一致。需要注意的是:①裂纹长度是指从初始裂纹开始扩展的裂纹长度;②为了加快裂纹萌生,文献[13]在试验过程中采用了分级加载的方式,即前 10^4 周施加较大载荷($P_{\max}=3$ KN), 10^4 周以后施加较小载荷($P_{\max}=2$ KN)^[13],所以疲劳裂纹扩展速率在前 10^4 周较大,同样的,在数值计算的过程中也采用了分级加载的方式,以保证与试验条件完全一致。

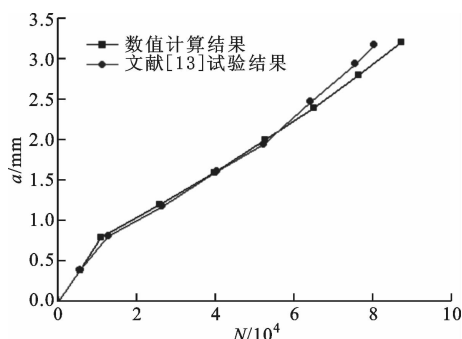


图 8 CT 试样复合型疲劳裂纹 $a-N$ 曲线

通过上述试验,基于构型力的复合型疲劳裂纹扩展模型在预测裂纹扩展路径以及疲劳裂纹扩展寿命两方面的有效性得到了验证,可以认为:构型力复合型疲劳裂纹扩展模型是可信而且可行的。

3.2 典型的疲劳裂纹扩展分析

在材料的疲劳失效过程中,不同几何形状的构件在不同载荷的作用下,疲劳裂纹扩展往往呈现出具有复杂性和多样性的特点。如果针对每一种工况条件下的疲劳问题都通过试验手段来解决,需要花费大量时间、精力,代价极高。

采用复合型疲劳裂纹扩展模型,基于直裂纹标准试验基础,获得与之相对应的复合型裂纹模型,再结合有限元数值计算方法,可以得到任意工况条件下的疲劳裂纹扩展路径和寿命,进而对结构是否失效进行判断。平板边界斜裂纹和疲劳裂纹与孔干涉问题是典型的工程疲劳问题,因此,下文将通过构型力复合疲劳裂纹模型对其展开详细研究。

(1)平板边界斜裂纹问题。本小节分析对象是含边界斜裂纹的矩形板。通过基于构型力的复合

疲劳裂纹扩展模型计算裂纹扩展寿命,同时得到构型力在裂纹扩展过程中的变化情况,分析不同角度对裂纹疲劳寿命的影响。图 9 是金属板边界斜裂纹示意图,可以看出:斜裂纹存在于金属板左边界,初始长度 $a_0=10$ mm,与水平方向的夹角即偏转角为 α 。100 MPa 的均布载荷施加于金属板的上下边界,应力比 $R=0.1$,假设该模型处于平面应力状态,材料为 CrNi2MoV 钢。在数值计算过程中, α 分别取值 15° 、 30° 、 45° 、 60° 、 75° ,观察不同角度下疲劳裂纹的扩展寿命,结果见图 10,可以看出:偏转角会影响斜裂纹的扩展寿命;偏转角越小,裂纹扩展寿命越短。

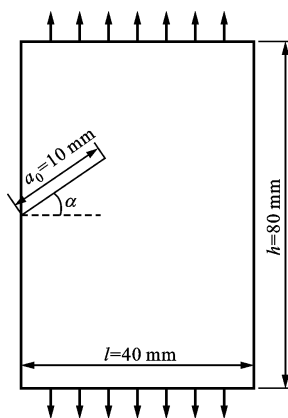


图 9 金属板边界斜裂纹示意图

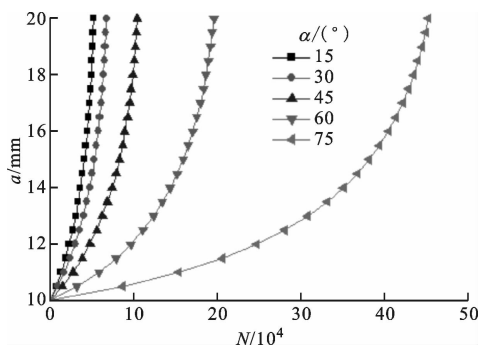


图 10 不同偏转角下金属板边界斜裂纹的 $a-N$ 曲线

同时,将不同偏转角下的裂纹扩展过程中的构型力因子幅提取出来,见图 11,可以发现:在整个疲劳裂纹扩展过程中,偏转角 α 较小的斜裂纹的构型力因子幅较大。这是因为当偏转角 α 较小时,驱动裂纹扩展的能量远大于裂纹扩展的阻力,裂纹处于不稳定的状态,更加容易扩展,所以寿命越短,这与寿命预测的结果是一致的。

(2)疲劳裂纹与孔洞干涉问题。材料构件在实际使用过程中,常常会出现螺纹孔等孔洞特征,这些特征会对附近的疲劳裂纹产生影响,导致裂尖承受着复合型载荷,影响其扩展路径和寿命。本小节将重点考虑裂纹和圆形孔洞的干涉作用,分析其对裂

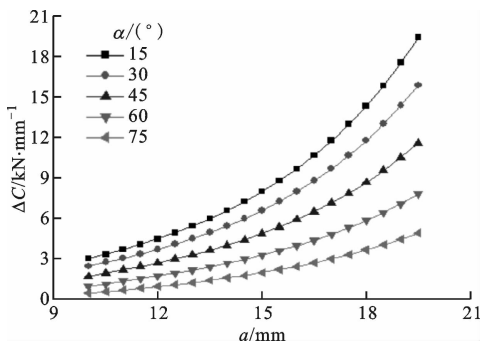


图 11 不同偏转角下金属板边界斜裂纹裂尖构型力因子幅随裂纹长度的变化

纹扩展路径和寿命的影响。如图 12 所示,研究对象为一带边界裂纹的金属板,材料属性、边界条件以及施加载荷与平板边界斜裂纹(图 9)一致,在初始裂纹的前端,有 1 个直径为 6 mm 的圆孔,圆孔中心到初始裂纹的垂直距离为 d 。

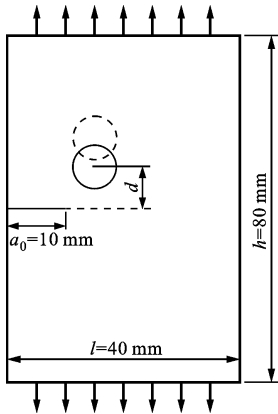


图 12 含圆孔的金属板边界裂纹示意图

首先,考虑在有孔洞和无孔洞两种情况下的疲劳裂纹扩展寿命。此时,距离不变且取值 $d=4$ mm,计算结果见图 13,可以看出:孔洞的存在会在一定程度上削弱结构的疲劳裂纹扩展寿命。

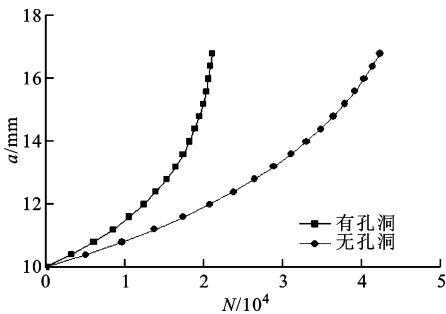


图 13 有孔洞和无孔洞条件下的疲劳裂纹 $a-N$ 曲线

其次,研究在不同垂直距离 d 的条件下,孔洞对于疲劳裂纹的干涉影响。在 d 分别取值为 4 mm、6 mm、8 mm 和 10 mm 的 4 种不同情况下进行数值计算,分析在不同的裂纹和孔洞的相对位置上,

裂纹扩展轨迹的变化情况,结果见图 14。

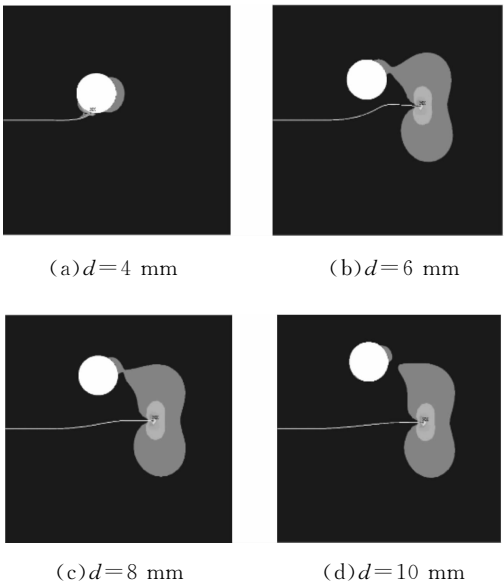


图 14 不同垂直距离条件下的疲劳裂纹扩展路径图

由图 14 可以看出:当 $d=4$ mm 时,裂纹一开始扩展就受到孔洞的影响,向着孔洞的方向发生偏转,最终与孔洞聚合,裂纹停止扩展;当 $d=6$ mm 或 $d=8$ mm 时,裂纹在开始扩展时同样受到了孔洞的影响,朝着孔洞方向偏转,但是当扩展一定距离以后,孔洞对裂纹的干涉作用减弱,裂纹朝着初始裂纹正前方的方向扩展,直至断裂失效;当 $d=10$ mm 时,孔洞对裂纹的干涉作用特别微弱,裂纹只是朝着孔洞方向稍微偏折,基本沿着裂纹正前方扩展。

上述 4 种不同条件下的疲劳裂纹扩展寿命见图 15,可以看出:当垂直距离较小时,孔洞对疲劳裂纹扩展起促进作用,裂纹扩展速率加快,寿命减短;当垂直距离较大时,孔洞对疲劳裂纹的干涉作用减弱,距离越大,干涉作用越小,寿命越长。

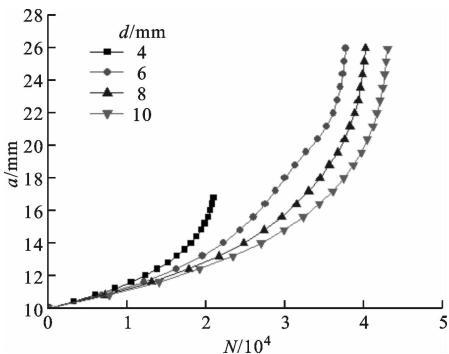


图 15 不同垂直距离条件下的疲劳裂纹 $a-N$ 曲线

裂纹扩展过程中裂尖构型力因子幅的变化情况见图 16,可以看出:当 $d=4$ mm 时,裂尖的构型力在发生起裂以后迅速增大,直至发生聚合;当 $d=6$

mm 时,裂尖构型力呈现先变大再变小最后再增大的趋势,这说明此时圆孔的存在对裂纹扩展过程的某一阶段起到了抑制的作用;当 $d=8$ mm 或 $d=10$ mm 时,裂尖构型力虽然呈现出逐渐增大的趋势,但是增长幅度并没有当 $d=4$ mm 时大。因此,当裂纹和孔洞的间距处在一个恰当的距离时,裂尖构型力将一直减小,并可能小于临界构型力 C_{th} ,裂纹扩展速率可能衰减至 0,并发生止裂现象。

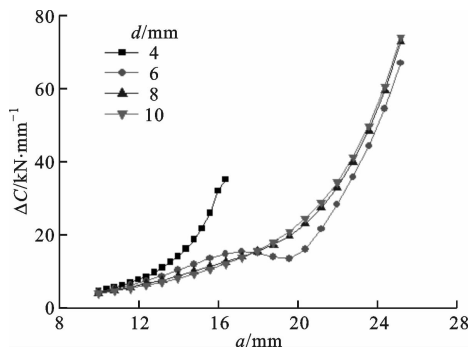


图 16 不同垂直距离条件下裂尖构型力因子幅随裂纹长度的变化趋势

4 结 论

本文结合材料构型力失效准则,提出了一种预测复合型疲劳裂纹扩展速率的模型,通过有限元方法对疲劳裂纹扩展过程进行数值实现,预测了其扩展路径及寿命,获得的主要结论如下:

(1)通过提出模型分别对 I 型和复合型疲劳裂纹进行了数值计算,计算结果与试验结果基本一致,证明了提出模型的有效性和可靠性;

(2)针对不同偏转角下的复合型疲劳裂纹扩展问题,应用提出模型进行分析,得到了裂纹长度 a 与循环次数 N 之间的关系,同时获得了不同初始偏转角度下的疲劳裂纹扩展路径,可为复合型疲劳失效问题的研究提供参考;

(3)研究了疲劳裂纹和孔洞干涉问题,发现孔洞会影响疲劳裂纹扩展路径和寿命,而且在某些情况下,孔洞会减缓疲劳裂纹扩展的速率,出现止裂现象。

参考文献:

- [1] 陈传尧. 疲劳与断裂 [M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002: 147-158.
- [2] PARIS P C, ERDOGAN F. A critical analysis of crack propagation laws [J]. Journal of Basic Engineering, 1963, 85(4): 528-533.
- [3] HURLEY P J, EVANS W J. A new method for pre-

dicting fatigue crack propagation rates [J]. Materials Science and Engineering, 2007, 466(1/2): 265-273.

- [4] KIM J K, KIM C S. Fatigue crack growth behavior of rail steel under mode I and mixed mode loadings [J]. Materials Science and Engineering, 2002, 338(1): 191-201.
- [5] CHEN Xiaoming, JIAO Guiqiong, CUI Zhenyuan. Application of combined-mode fracture criteria to surface crack problems [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1986, 24(1): 127-144.
- [6] 李航月, 孙海林, 陶忠明, 等. 1420 铝锂合金的疲劳裂纹扩展和自抑制 [J]. 西安交通大学学报, 1997, 31(3): 103-107.
LI Hangyue, SUN Hailin, TAO Zhongming, et al. Fatigue crack propagation and restraint in a 1420 aluminum-lithium alloy [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 1997, 31(3): 103-107.
- [7] YU J, ZIEHL P, ZARATE B, et al. Prediction of fatigue crack growth in steel bridge components using acoustic emission [J]. Journal of Constructional Steel Research, 2011, 67(8): 1254-1260.
- [8] TANAKA K. Fatigue crack propagation from a crack inclined to the cyclic tensile axis [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1974, 6(3): 493-507.
- [9] DINDA S, KUJAWSKI D. Correlation and prediction of fatigue crack growth for different R-ratios using K_{max} and ΔK^+ parameters [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2004, 71(12): 1779-1790.
- [10] HUSSAIN M A, PU S L, UNDERWOOD J H. Strain energy release rate for a crack under combined mode I and mode II [C]//Fracture Analysis: Proceedings of the 1973 National Symposium on Fracture Mechanics: Part II. West Conshohocken, PA: ASTM International, 1974: 2-28.
- [11] ERDOGAN F, SIH G C. On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear [J]. Journal of Basic Engineering, 1963, 85(4): 519-525.
- [12] SIH G C. Strain-energy-density factor applied to mixed mode crack problems [J]. International Journal of Fracture, 1974, 10(3): 305-321.
- [13] 黄学伟, 蔡力勋, 包陈, 等. 基于低周疲劳损伤的裂纹扩展行为数值模拟新方法 [J]. 工程力学, 2011, 28(10): 202-208.
HUANG Xuewei, CAI Lixun, BAO Chen, et al. A new method of numerical simulation for behavior of fatigue crack propagation based on low cycle fatigue damage [J]. Engineering Mechanics, 2011, 28(10): 202-208.

- [14] 陈龙, 蔡力勋, 姚迪. 引入应变循环损伤的材料裂纹扩展行为预测模型 [J]. 西安交通大学学报, 2012, 46(9): 114-118.
- CHEN Long, CAI Lixun, YAO Di. Prediction model of fatigue crack growth behavior by introducing strain cycle damage [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2012, 46(9): 114-118.
- [15] JIANG Y. Fatigue criterion for general multiaxial loading [J]. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, 2000, 23(1): 19-32.
- [16] FAN F, KALNAUS S, JIANG Y. Modeling of fatigue crack growth of stainless steel 304L [J]. Mechanics of Materials, 2008, 40(11): 961-973.
- [17] ALIHA M R M, AYATOLLAHI M R. Analysis of fracture initiation angle in some cracked ceramics using the generalized maximum tangential stress criterion [J]. International Journal of Solids and Structures, 2012, 49(13): 1877-1883.
- [18] GOMEZ F J, ELICES M. Fracture loads for ceramic samples with rounded notches [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2006, 73(7): 880-894.
- [19] HILLERBORG A. The theoretical basis of a method to determine the fracture energy G_F of concrete [J]. Materials and Structures, 1985, 18(4): 291-296.
- [20] ESHELBY J D. The elastic energy-momentum tensor [J]. Journal of Elasticity, 1975, 5(3/4): 321-335.
- [21] GUO Yuli, LI Qun. Material configurational forces applied to mixed mode crack propagation [J]. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2017, 89: 147-157.
- [22] 古斌, 郭宇立, 李群. 基于构型力断裂准则的裂纹与夹杂干涉问题研究 [J]. 力学学报, 2017, 49(6): 1312-1321.
- GU Bin, GUO Yuli, LI Qun. Crack interacting with an individual inclusion by the fracture criterion of configurational force [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2017, 49(6): 1312-1321.
- [23] WANG Fangwen, CHEN Yiheng. Fatigue damage driving force based on the M -integral concept [J]. Procedia Engineering, 2010, 2(1): 231-239.
- [24] SIVALOGANATHAN J, SPECTOR S J. On cavitation, configurational forces and implications for fracture in a nonlinearly elastic material [J]. Journal of Elasticity, 2002, 67(1): 25-49.
- [25] KRONER E. Configurational and material forces in the theory of defects in ordered structures [J]. Materials Science Forum, 1993, 123: 447-454.
- [26] 于宇宇, 李群. 基于数字散斑相关实验测量的材料构型力的计算方法 [J]. 实验力学, 2014, 29(5): 579-588.
- YU Ningyu, LI Qun. On the algorithm of material configurational force based on digital image correlation measurement [J]. Journal of Experimental Mechanics, 2014, 29(5): 579-588.
- [27] YU N Y, LI Q, CHEN Y H. Experimental evaluation of the M -integral in an elastic-plastic material containing multiple defects [J]. Journal of Applied Mechanics, 2013, 80(1): 1-8.
- [28] 闫相桥, 杜善义, 张泽华. 关于复合型疲劳裂纹扩展的数值模拟技术 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 1993, 25(6): 113-118.
- YAN Xiangqiao, DU Shanyi, ZHANG Zehua. Numerical simulation techniques of mixed mode fatigue crack growth [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 1993, 25(6): 113-118.
- [29] XU Y, YUAN H. Computational analysis of mixed-mode fatigue crack growth in quasi-brittle materials using extended finite element methods [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2009, 76(2): 165-181.
- [30] HETTICH T, HUND A, RAMM E. Modeling of failure in composites by X-FEM and level sets within a multiscale framework [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2008, 197(5): 414-424.
- [31] LYKINS C D, MALL S, JAIN V K. Combined experimental-numerical investigation of fretting fatigue crack initiation [J]. International Journal of Fatigue, 2001, 23(8): 703-711.
- [32] RAMSAMOOJ D V. Analytical prediction of fatigue crack propagation in metals [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2003, 129(6): 672-682.
- [33] BANKS-SILLS L, ARCAN M. An edge-cracked mode II fracture specimen [J]. Experimental Mechanics, 1983, 23(3): 257-261.
- [34] ROCCA M L, ADDUCE C, SCIORTINO G, et al. Experimental and numerical simulation of three-dimensional gravity currents on smooth and rough bottom [J]. Physics of Fluids, 2008, 20(10): 299.
- [35] GARDIN C, COURTIN S, BEZINE G, et al. Numerical simulation of fatigue crack propagation in compressive residual stress fields of notched round bars [J]. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, 2007, 30(3): 231-242.

(编辑 陶晴)